MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
D. Rost, J. Stelzig

WS 2019/20
Blatt 7
4.12.2019

Tutorium zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik I“

1. Es sei $f : X \to Y$ eine Abbildung, und es seien A_1, A_2 Teilmengen von X. Zeigen Sie:
   a) $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$.
   b) $f(A_1 \cap A_2) \subset f(A_1) \cap f(A_2)$.

   Geben Sie außerdem ein Beispiel für $f(A_1 \cap A_2) \subsetneqq f(A_1) \cap f(A_2)$ an.

2. Gegeben sei die Abbildung
$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad x \mapsto \begin{cases} x & \text{falls } x \text{ ungerade,} \\ \frac{x}{2} & \text{falls } x \text{ gerade} \end{cases}$$
   sowie die Menge $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.
   a) Bestimmen Sie $f(x)$ für jedes $x \in M$ und geben Sie das Bild $f(M)$ der Menge M unter f an.
   b) Bestimmen Sie das Urbild $f^{-1}(M)$ der Menge M unter f.

3. Es seien X, Y Mengen, $f : X \longrightarrow Y$ eine Abbildung und $A \subset X$ eine Teilmenge.
   a) Zeigen Sie, daß $A \subset f^{-1}(f(A))$ gilt.
   b) Geben Sie ein Beispiel an, in dem $A \subsetneqq f^{-1}(f(A))$ gilt.

4. Geben Sie für die folgenden Abbildungen f und g jeweils $f \circ g$ und $g \circ f$ an (also Quelle, Ziel und Abbildungsvorschrift) und entscheiden Sie, ob $f \circ g = g \circ f$ gilt.
   a) $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}, \ f(x) = \dfrac{1}{x-1}$, $\quad g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \longrightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}, \ g(x) = \dfrac{1}{x} + 1$
   b) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x) = (x+1, x-1)$, $\quad g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \quad g(a,b) = |b-a|$
   c) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad f(x) = x + 1$, $\quad g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad g(x) = \begin{cases} x-1, & \text{falls } x \geq 2, \\ 1, & \text{falls } x = 1. \end{cases}$

Für die Tutorien vom 4.12. bis 6.12.19